CNC 2012 : Epreuve de Physique 2 MP
Corrigé abrégé:

Magnétostatique dans le vide

111-

$\text{div}_M \vec{E}(M,t) = \dfrac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$ (MG) ;

$\text{div}_M \vec{B}(M,t) = 0$ (MΦ);

$\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}$ (MA) ; $\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{E}(M,t) = -\dfrac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}$ (MF).

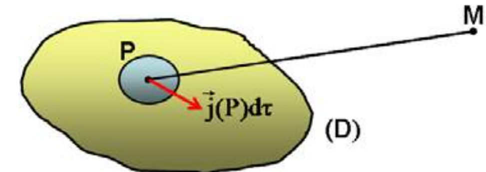
112-

$\text{div}_M \vec{E}(M) = \dfrac{\rho(M)}{\varepsilon_0}$; $\text{div}_M \vec{B}(M) = 0$;

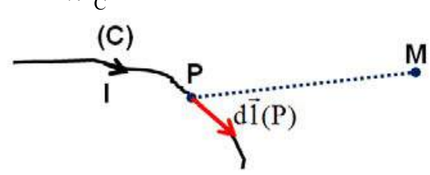
$\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{B}(M) = \mu_0 \vec{j}(M)$; $\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{E}(M) = \vec{0}$.

121-

$\vec{B}(M) = \iiint_D \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{\vec{j}(P)d\tau \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$



$\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \dfrac{d\vec{l}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$



122-

$\vec{B}(M)$ est normale au plan de symétrie.

123-

$\vec{B}(M)$ est contenue dans le plan d'antisymétrie.

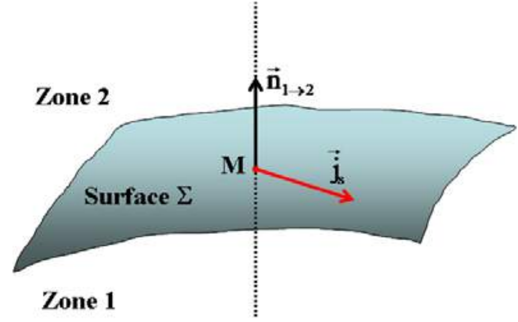
131-

Le flux magnétique est conservatif.

$\oiint_{S\text{fermée}} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

132-

$\oiint_{S\text{fermée}} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ → $B_{2N}(M) - B_{1N}(M) = 0$.



133-

Les monopoles magnétiques n'existent pas → les lignes du champ magnétique sont fermées.

141-

$\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{B}(M) = \mu_0 \vec{j}(M)$ et théorème de Stockes → $\oint_{\text{contour fermé}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}\to\text{contour}}$.

Il suffit d'ajouter au courant matériel I, le courant de déplacement .

142-

$\oint_{\text{contour fermé}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}\to\text{contour}}$ →

$\vec{B}_{2T}(M) - \vec{B}_{1T}(M) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{2\to 1}$.

151-

$\vec{B}(M) = \overrightarrow{\text{rot}}_M \wedge \vec{A}(M)$

152-

En coordonnées cylindriques et pour $\vec{M} = M\vec{u}_z$; on a : $\vec{A} = \dfrac{\mu_0 M r}{4\pi(r^2+z^2)^{3/2}}\vec{u}_\theta$ →

$B_r = \dfrac{3\mu_0 M z r}{4\pi(r^2+z^2)^{5/2}}$; $B_\theta = 0$ et

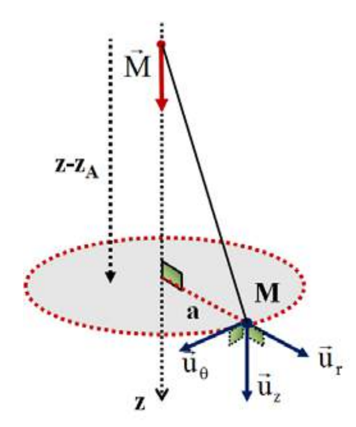
$B_z = \dfrac{\mu_0 M(3r^2 - 2z^2)}{4\pi(r^2+z^2)^{5/2}}$.

Chute d'un aimant : induction

211-

$\vec{A} = \dfrac{\mu_0 M a}{4\pi(a^2 + (z-z_A)^2)^{3/2}}\vec{u}_\theta$.

z_A dépend du temps, car l'aimant est en chute → $\vec{A}$ dépend du temps.



212-

$\vec{E}(M) = -\dfrac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t}$ et $v = \dot{z}_A$ →

$\vec{E} = -\dfrac{3\mu_0 Ma}{4\pi}\dfrac{(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{5/2}}\vec{u}_\theta$.

213-

$\vec{j} = \sigma\vec{E} = -\dfrac{3\mu_0\sigma Ma}{4\pi}\dfrac{(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{5/2}}\vec{u}_\theta$.

221-

$d^2\vec{F} = -d^2\vec{F}_{aimant\to d^2V} = -\vec{j}d^2V \wedge \vec{B}_{aimant\to conducteur}$

.

$dF_z = jB_r 2\pi eadz\vec{u}_z$ →

$dF_z = -\dfrac{9\mu_0^2\sigma M^2a^3e}{8\pi}\dfrac{(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}\vec{v}dz$

222-

$\vec{F} = \int_{-\infty}^{+\infty} dF_z\vec{u}_z = -\dfrac{9\mu_0^2\sigma M^2a^3e}{8\pi}\dfrac{(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}\vec{v}dz$

. On pose $x = (z-z_A)/a$ →

$\vec{F} == -\dfrac{9\mu_0^2\sigma M^2e}{8\pi a^4}\vec{v}\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{x^2}{(1+x^2)^5}dx = -\alpha\vec{v}$

avec $\alpha = \dfrac{45\mu_0^2\sigma M^2e}{1024a^4}$.

222-

$\alpha = 0{,}15 Kg.s^{-1}$.

231-

PFD appliqué à l'aimant de masse m →

$\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \dfrac{\alpha}{m}\vec{v} = \vec{g}$.

En tenant compte des conditions initiales

→ $v(t) = \dfrac{mg}{\alpha}(1-\exp(-\alpha t/m))$ et

$z_A(t) = \dfrac{mg}{\alpha}\left(t + \dfrac{m}{\alpha}\exp(-\alpha t/m)\right) - \dfrac{m^2g}{\alpha^2}$.

232-

$v_\ell = \dfrac{mg}{\alpha}$ et $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$.

233-

• $\tau = 0{,}013s.$; $v_\ell = 0{,}130 m.s^{-1}$. et

$z_A(\tau) = 0{,}6mm.$

• la vitesse limite est atteinte rapidement → on peut supposer que la chute se fait à vitesse limite sur la longueur L.

234-

• D'après (233) → $T \approx \dfrac{L}{v_\ell} = 11{,}5s.$

• $T' = \sqrt{\dfrac{2L}{g}} = \dfrac{L}{v_\ell} = 0{,}5s.$

235-

Application : amortisseur magnétique.

Généralités sur les moteurs thermiques

11

Sur une évolution cyclique du système en contact avec une seule source de chaleur de température T_S, on a :

$W + Q = 0$ (premier principe). Or $W < 0$ → $Q > 0$ qui est en contardiction avec

$\dfrac{Q}{T} \le 0$ (deuxième principe).

121-

• Cycle moteur → : $W < 0$ et $Q_1 + Q_2 < 0$.

• $Q_1 > 0$ et $Q_2 < 0$.

122-

• Rendement maximal pour un fonctionnement réversible.

• $\eta = \dfrac{grandeur.valorisable}{grandeur.couteuse} = \dfrac{-W}{Q_1}$.

• Sur un cycle réversible, on a :

$W + Q_1 + Q_2 = 0$ et $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$ →

$\eta_{rev} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$.

131-

Sur un cycle , on a : $S_c + \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ →.

$$S_c = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}.$$

132-

- En tenant compte de $W + Q_1 + Q_2 = 0$ →

$$\eta_{irrev} = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \frac{S_c}{Q_1}T_1 = \eta_{rev} - \frac{S_c}{Q_1}T_1 \;;$$

- $\eta_{irrev} < \eta_{rev} < 1$.

Etude d'un moteur à combustion interne

211-

$$n_A = \frac{P_A V_A}{RT_A} = 0{,}02\text{mol}.$$

212-

La transformation A→B$_S$ est isentropique ; donc : $V_A^{\gamma-1}T_A = V_B^{\gamma-1}T_{BS}$ →

$$T_{BS} = T_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A r^{\gamma-1}.$$

213-

$$r_{max} = \left(\frac{T_{BS,max}}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5{,}7\,.$$

221-

Les transformations A→B$_S$ et C→D$_S$ sont isentropiques ; donc : $V_A^{\gamma-1}T_A = V_B^{\gamma-1}T_{BS}$ (1) et $V_B^{\gamma-1}T_C = V_A^{\gamma-1}T_{DS}$ (2). Le produit $(1)\times(2)$ → $T_A T_C = T_{BS}T_{DS}$.

222-

$$\eta_c = \frac{T_{BS} - T_A}{T_B - T_A} \rightarrow$$

$$T_B = T_A\left(1 + \frac{1}{\eta_c}\left(\frac{T_{BS}}{T_A} - 1\right)\right) \text{ et (1)} \rightarrow$$

$$T_B = T_A\left(1 + \frac{1}{\eta_c}\left(r^{\gamma-1} - 1\right)\right).$$

2231-

La transformation B→C est isochore, donc : $\Delta_{BC}U = Q_{BC}$ →

$$Q_{BC} = n_A C_V (T_C - T_B).$$

2232-

$Q_{BC} = nP_{cal}$ et $Q_{BC} = n_A C_V (T_C - T_B)$ →

$$T_C = T_B + \frac{nP_{cal}}{n_A C_V}.$$

224-

Même démarche qu'en (222) →

$$T_D = T_C\left(1 + \eta_d\left(\frac{1}{r^{\gamma-1}} - 1\right)\right).$$

225-

On a : $C_v = \frac{R}{\gamma - 1} = 20{,}8\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

$T_B = 585\text{K}.$; $T_C = 9470\text{K}.$ et $T_D = 5199\text{K}.$

.

226-

- $P_C = \frac{n_A RT_C}{V_B} = \frac{n_A RT_C r}{V_A} = 5{,}42\text{bar}.$
- $P_C < 50\text{bar}$ → la contrainte est respectée.

231-

$$P_{f,inst} = -\mu v^2.$$

232-

Sur un cycle le piston se déplace de 4L (*admission + compression + détente + échappement*) sur une durée $\Delta t = \frac{1}{N}$ →

$$v_m = 4NL.$$

233-

$$P_f = -\mu v_m^2 = -16\mu(NL)^2.$$

241-

Même démarche qu'en (223) →

$$Q_{DA} = n_A C_V (T_A - T_D).$$

242-

Sur un cycle, on a :

$0 = \Delta U = W + W_f + Q_{BC} + Q_{DA}$ →

$W = -Q_{BC} - Q_{DA} - W_f$ →

$W = -n_A C_v (T_C - T_B + T_A - T_D) - \Delta t \times P_f$.

243-

$$P_m = -\frac{W}{\Delta t} = -NW \rightarrow$$

$$P_m = Nn_A C_v (T_C - T_B + T_A - T_D) - 16\mu(NL)^2$$

.

244-

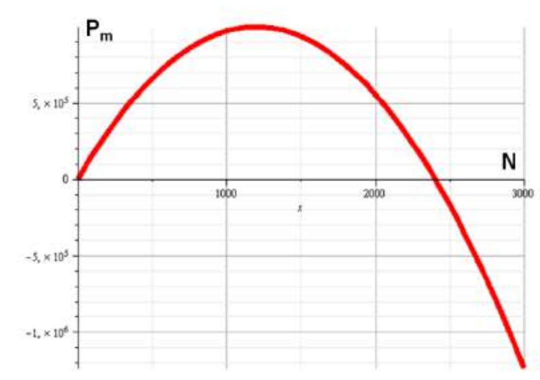
$$\eta = \frac{-W}{Q_{chaude}} = \frac{-W}{Q_{BC}} = \frac{P_m}{NQ_{BC}} \rightarrow$$

$$\eta = \frac{Nn_A C_v(T_C - T_B + T_A - T_D) - 16\mu(NL)^2}{Nn_A C_v(T_C - T_B)}$$

.

251-

Les A.N. → $P_m(N) = (1658N - 0{,}69N^2)$.



252-

$N_M = 1202\,\text{cycle.s}^{-1}$ et $P_{m,max} = 996\,\text{kW}$.

253-

$\eta(N) = 0{,}45 - 1{,}86.10^{-4}N$.

$\eta(N_M) = 0{,}23$. Le rendement est faible.